

# Liga Universitaria de Matemáticas

17 de febrero de 2016

1. Calcula la 100-ésima derivada de la función

$$\frac{x^2 + 1}{x^3 - x}.$$

2. Sea  $k$  un entero positivo. Tomemos  $S$  un conjunto de  $2k$  puntos de  $\mathbb{R}^3$  en posición general. Muestra que no existe ninguna línea de  $\mathbb{R}^3$  que atraviese a la envolvente convexa de cualquier subconjunto de  $k$  puntos de  $S$ .  
**Nota.** La *envolvente convexa* de un conjunto es el menor conjunto convexo que lo contiene. Un conjunto de puntos en  $\mathbb{R}^3$  está en posición general si no existen cuatro puntos contenidos en un mismo plano.
3. En  $\mathbb{R}^4$  se tienen piezas de  $1 \times 2 \times 3 \times 4$ . Determina si con estas piezas puedes construir un bloque de  $5 \times 5 \times 10 \times 12$ .
4. Sea  $*$  una operación binaria conmutativa y asociativa en un conjunto  $S$ . Supongamos que para cualesquiera  $x$  y  $y$  en  $S$  existe  $z$  en  $S$  tal que  $x * z = y$ . Muestra que si  $a, b, c$  están en  $S$  y  $a * c = b * c$ , entonces  $a = b$ .
5. Determina el límite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(2\pi n!e).$$