

Liga Universitaria de Matemáticas

17 de febrero de 2016

1. Calcula la 100–ésima derivada de la función

$$\frac{x^2 + 1}{x^3 - x}.$$

2. Sea k un entero positivo. Tomemos S un conjunto de $2k$ puntos de \mathbb{R}^3 en posición general.

Muestra que no existe ninguna linea de \mathbb{R}^3 que atraviese a la envolvente convexa de cualquier subconjunto de k puntos de S .

Nota. La *envolvente convexa* de un conjunto es el menor conjunto convexo que lo contiene. Un conjunto de puntos en \mathbb{R}^3 está en posición general si no existen cuatro puntos contenidos en un mismo plano.

3. En \mathbb{R}^4 se tienen piezas de $1 \times 2 \times 3 \times 4$. Determina si con estas piezas puedes construir un bloque de $5 \times 5 \times 10 \times 12$.
4. Sea $*$ una operación binaria commutativa y asociativa en un conjunto S . Supongamos que para cualesquiera x y y en S existe z en S tal que $x * z = y$. Muestra que si a, b, c están en S y $a * c = b * c$, entonces $a = b$.
5. Determina el límite

$$\lim_n \rightarrow \infty \sin(2\pi n!e).$$