

Matemáticas y juegos de cartas

Leonardo Ignacio Martínez Sandoval

IMATE - Unidad Juriquilla, UNAM
I3M - Université de Montpellier

23 de noviembre de 2015
Escuela Preparatoria Regional de Chapala

Blackjack

- ▶ Una mesa con varios jugadores y un repartidor

Blackjack

- ▶ Una mesa con varios jugadores y un repartidor
- ▶ Cada jugador juega contra el repartidor
- ▶ Se comienza con 2 cartas y se puede ir pidiendo cartas de una en una
- ▶ El objetivo es llegar lo más cerca de 21 sin pasarse

Blackjack

- ▶ Una mesa con varios jugadores y un repartidor
- ▶ Cada jugador juega contra el repartidor
- ▶ Se comienza con 2 cartas y se puede ir pidiendo cartas de una en una
- ▶ El objetivo es llegar lo más cerca de 21 sin pasarse
- ▶ Es el juego más jugado en los casinos del mundo

21: Blackjack



Estrategia

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals (excluding pairs)										
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	SU	SU	SU
15	S	S	S	S	S	H	H	H	SU	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H
10	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H
9	H	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	Ds	Ds	Ds	Ds	S	S	H	H	H
A,6	H	Dh	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	Dh	Dh	Dh	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	Dh	Dh	H	H	H	H	H

Más información

- ▶ Más información \rightarrow mejor algoritmo
- ▶ ¿Cómo obtener más información?

Más información

- ▶ Más información → mejor algoritmo
- ▶ ¿Cómo obtener más información?
- ▶ Ver cartas de los otros jugadores

Más información

- ▶ Más información → mejor algoritmo
- ▶ ¿Cómo obtener más información?
- ▶ Ver cartas de los otros jugadores
- ▶ Saber las cartas que han pasado

Más información

- ▶ Más información → mejor algoritmo
- ▶ ¿Cómo obtener más información?
- ▶ Ver cartas de los otros jugadores
- ▶ Saber las cartas que han pasado
- ▶ ¿Qué tan bueno es el nuevo algoritmo?

Póquer tradicional

- ▶ Baraja inglesa de 52 cartas
- ▶ Cada jugador recibe 5 cartas

Póquer tradicional

- ▶ Baraja inglesa de 52 cartas
- ▶ Cada jugador recibe 5 cartas
- ▶ Hay una ronda de apuestas y de cambio de cartas

Póquer tradicional

- ▶ Baraja inglesa de 52 cartas
- ▶ Cada jugador recibe 5 cartas
- ▶ Hay una ronda de apuestas y de cambio de cartas
- ▶ Hay una ronda final de apuestas.

Póquer tradicional

- ▶ Baraja inglesa de 52 cartas
- ▶ Cada jugador recibe 5 cartas
- ▶ Hay una ronda de apuestas y de cambio de cartas
- ▶ Hay una ronda final de apuestas.
- ▶ La mejor mano gana. ¿Cómo ordenerlas?

Póquer tradicional

- ▶ Baraja inglesa de 52 cartas
- ▶ Cada jugador recibe 5 cartas
- ▶ Hay una ronda de apuestas y de cambio de cartas
- ▶ Hay una ronda final de apuestas.
- ▶ La mejor mano gana. ¿Cómo ordenerlas?
 - ▶ Que sean manos bonitas/interesantes

Póquer tradicional

- ▶ Baraja inglesa de 52 cartas
- ▶ Cada jugador recibe 5 cartas
- ▶ Hay una ronda de apuestas y de cambio de cartas
- ▶ Hay una ronda final de apuestas.
- ▶ La mejor mano gana. ¿Cómo ordenerlas?
 - ▶ Que sean manos bonitas/interesantes
 - ▶ Que entre estas, las menos frecuentes valgan más
 - ▶ Y de entre igual frecuencia, se ordenen por número

Póquer tradicional

- ▶ Baraja inglesa de 52 cartas
- ▶ Cada jugador recibe 5 cartas
- ▶ Hay una ronda de apuestas y de cambio de cartas
- ▶ Hay una ronda final de apuestas.
- ▶ La mejor mano gana. ¿Cómo ordenerlas?
 - ▶ Que sean manos bonitas/interesantes
 - ▶ Que entre estas, las menos frecuentes valgan más
 - ▶ Y de entre igual frecuencia, se ordenen por número
 - ▶ Y a veces por palo

Manos de póquer

♠ ♥ **POKER** ♦ ♣
HAND RANKINGS

 Royal Flush	10♥ J♥ Q♥ K♥ A♥
Straight Flush 	4♣ 5♣ 6♣ 7♣ 8♣
 Four of a Kind	K♠ K♥ K♣ K♦ 3♠
Full House 	10♥ 10♠ 10♦ A♠ A♣
 Flush	10♠ K♠ 2♠ 6♠ 7♠
 Straight	7♣ 8♠ 9♦ 10♠ J♥
Three of a Kind 	5♠ 5♥ 5♣ J♦ A♦
Two Pair 	A♠ A♥ 3♣ 3♠ J♣
One Pair 	Q♦ Q♥ 2♥ 8♠ 9♣

Conteo

- ▶ Matemáticas discretas
- ▶ Saber cuántos elementos han en un conjunto con ciertas propiedades

Conteo

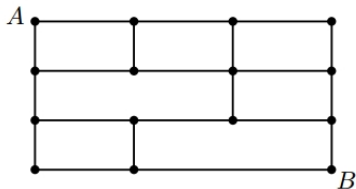
- ▶ Matemáticas discretas
- ▶ Saber cuántos elementos han en un conjunto con ciertas propiedades
- ▶ Varias técnicas de conteo
 - ▶ Enumerar
 - ▶ Regla de la suma y producto
 - ▶ Combinaciones, ordenaciones, permutaciones

Conteo

- ▶ Matemáticas discretas
- ▶ Saber cuántos elementos han en un conjunto con ciertas propiedades
- ▶ Varias técnicas de conteo
 - ▶ Enumerar
 - ▶ Regla de la suma y producto
 - ▶ Combinaciones, ordenaciones, permutaciones
 - ▶ Divide y conquista
 - ▶ Contar por recursión
 - ▶ Funciones generadoras
 - ▶ Contar el complemento
 - ▶ Principio de inclusión exclusión

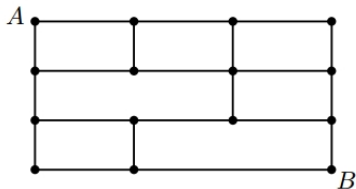
Problemas ejemplo

- ¿Cuántos rectángulos y cuántos caminos?



Problemas ejemplo

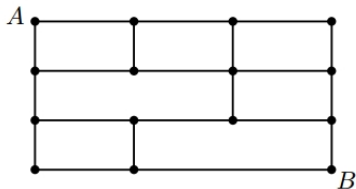
- ▶ ¿Cuántos rectángulos y cuántos caminos?



- ▶ En una pizzería hay 10 ingrediente. Las pizzas pequeñas llevan 3 ingredientes distintos. Las medianas 5 ingredientes distintos. Las grandes 7 ingredientes distintos. ¿De cuántas formas se pueden pedir 2 pizzas?

Problemas ejemplo

- ▶ ¿Cuántos rectángulos y cuántos caminos?



- ▶ En una pizzería hay 10 ingredientes. Las pizzas pequeñas llevan 3 ingredientes distintos. Las medianas 5 ingredientes distintos. Las grandes 7 ingredientes distintos. ¿De cuántas formas se pueden pedir 2 pizzas?
- ▶ ¿Cuántos números hay de 10 dígitos que sean 1 o 2, pero que no tengan dos 1 consecutivos?

Probabilidad

- ▶ ¿Cómo medir qué tan frecuente es algo?

Probabilidad

- ▶ ¿Cómo medir qué tan frecuente es algo?

$$\frac{\text{Veces entre las que sucede}}{\text{Veces que intentamos}}$$

Probabilidad

- ▶ ¿Cómo medir qué tan frecuente es algo?

$$\frac{\text{Veces entre las que sucede}}{\text{Veces que intentamos}}$$

$$\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}}$$

Probabilidad

- ▶ ¿Cómo medir qué tan frecuente es algo?

$$\frac{\text{Veces entre las que sucede}}{\text{Veces que intentamos}}$$

$$\frac{\text{Casos favorables}}{\text{Casos totales}}$$

- ▶ Algunos ejemplos de volados y manos de póquer.

Manos de póquer

♠ ♥ **POKER** ♦ ♣ HAND RANKINGS

 Royal Flush	10♥ J♥ Q♥ K♥ A♥
 Straight Flush	4♣ 5♣ 6♣ 7♣ 8♣
 Four of a Kind	K♠ K♥ K♣ K♦ 3♠
 Full House	10♥ 10♠ 10♦ A♠ A♣
 Flush	10♠ K♠ 2♠ 6♠ 7♠
 Straight	7♣ 8♠ 9♦ 10♠ J♥
 Three of a Kind	5♠ 5♥ 5♣ J♦ A♦
 Two Pair	A♠ A♥ 3♣ 3♠ J♣
 One Pair	Q♦ Q♥ 2♥ 8♠ 9♣

¿Cuaántas veces barajar?

- ▶ Si se revuelve pocas veces, las cartas no quedan bien revueltas.
- ▶ Trucos de magia (Martin Gardner) aprovechan esto.

¿Cuántas veces barajar?

- ▶ Si se revuelve pocas veces, las cartas no quedan bien revueltas.
- ▶ Trucos de magia (Martin Gardner) aprovechan esto.
- ▶ Si se revuelve varias veces, pero muy ordenadamente, tampoco quedan bien revueltas.

¿Cuántas veces barajar?

- ▶ Si se revuelve pocas veces, las cartas no quedan bien revueltas.
- ▶ Trucos de magia (Martin Gardner) aprovechan esto.
- ▶ Si se revuelve varias veces, pero muy ordenadamente, tampoco quedan bien revueltas.
- ▶ Al barajar perfectamente 8 veces se regresa a la posición original.

¿Cuántas veces barajar?

- ▶ Si se revuelve pocas veces, las cartas no quedan bien revueltas.
- ▶ Trucos de magia (Martin Gardner) aprovechan esto.
- ▶ Si se revuelve varias veces, pero muy ordenadamente, tampoco quedan bien revueltas.
- ▶ Al barajar perfectamente 8 veces se regresa a la posición original.
- ▶ ¿Cómo modelar un buen barajeo matemáticamente? ¿Cuántas veces hay que barajar?

Magos matemáticos

- ▶ Forma “carta de arriba”: Tomar la de hasta arriba y ponerla en un lugar aleatorio.
- ▶ Para n cartas, se requieren $n \log n$ barajeos.

Magos matemáticos

- ▶ Forma “carta de arriba”: Tomar la de hasta arriba y ponerla en un lugar aleatorio.
- ▶ Para n cartas, se requieren $n \log n$ barajeos.
- ▶ Forma tradicional: Partir a la mitad aproximadamente e intentar intercalar.

Magos matemáticos

- ▶ Forma “carta de arriba”: Tomar la de hasta arriba y ponerla en un lugar aleatorio.
- ▶ Para n cartas, se requieren $n \log n$ barajeos.
- ▶ Forma tradicional: Partir a la mitad aproximadamente e intentar intercalar.
- ▶ (1986, Aldous, Diaconis) Se requieren 7 barajeos

Magos matemáticos

- ▶ Forma “carta de arriba”: Tomar la de hasta arriba y ponerla en un lugar aleatorio.
- ▶ Para n cartas, se requieren $n \log n$ barajeos.
- ▶ Forma tradicional: Partir a la mitad aproximadamente e intentar intercalar.
- ▶ (1986, Aldous, Diaconis) Se requieren 7 barajeos
- ▶ Hablar un poco de las técnicas.

Distintos barajeos

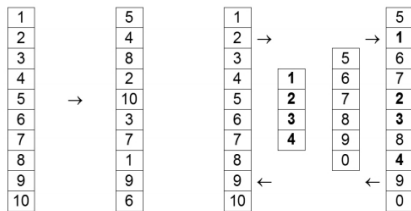


Figura 1: Ejemplo de posibles barajeos con U (izquierda), $Trad$ y $Trad^{-1}$ (derecha).

Como decrece la distancia

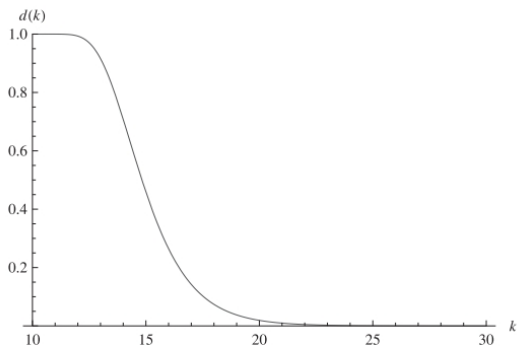


Figura 2: $d(k)$ decrece exponencialmente conforme k crece.

Texas Hold'em

- ▶ Baraja inglesa, todos contra todos.
- ▶ Se reparten 2 cartas a cada jugador. Ronda de apuestas.

Texas Hold'em

- ▶ Baraja inglesa, todos contra todos.
- ▶ Se reparten 2 cartas a cada jugador. Ronda de apuestas.
- ▶ Se abren 3 cartas públicas
- ▶ Se intercalan rondas de apuestas y de agregar cartas públicas hasta que estas sean 5

Computadoras vs. humanos

- ▶ Ajedrez
- ▶ Go

Computadoras vs. humanos

- ▶ Ajedrez
- ▶ Go
- ▶ Texas Hold'em: (2015, Universidad de Alberta) Algoritmo que gana para todo fin práctico.

Agradecimiento y contacto

Contacto

leomtz@im.unam.mx

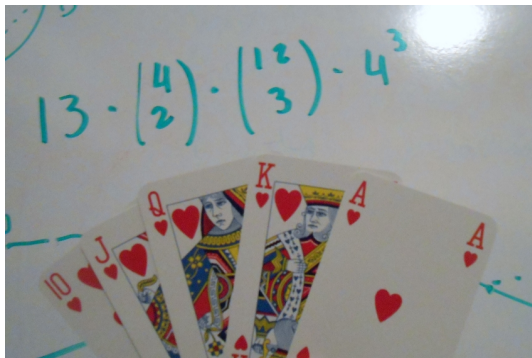
<http://blog.nekomath.com>

Agradecimiento y contacto

Contacto

leomtz@im.unam.mx

<http://blog.nekomath.com>



¡Gracias por su atención!