

Seminario de Resolución de Problemas

Lista 7

Leonardo Ignacio Martínez Sandoval
José Antonio Gómez Ortega

“Seminario RP (Seminario de Relaciones Públicas)”

Tarea

1. ¿Cuántos ceros tiene el número 12345678 cuando se escribe en base 2?
2. Una farmacia recibió una carga de 10 frascos de una medicina. Cada botella tiene 100 pastillas y se sabe cuánto pesa cada pastilla. La farmacia recibe un aviso en el cual se informa que uno de los frascos está mal, pues cada una de sus pastillas pesa 10 miligramos más. ¿Cómo es posible encontrar la botella defectuosa usando una báscula sólo una vez?
Recuerda que una báscula te da el peso exacto de lo que le pongas encima.
3.
 - Un corredor inicia en el punto $x = 1$ al tiempo $t = 0$. Se mueve sobre el eje x de modo que su velocidad siempre es igual a su distancia a $x = 0$ (así, al inicio su velocidad es 1). ¿Dónde estará en un segundo?
 - ¿Dónde estará si ahora su velocidad es la distancia al origen al cuadrado?
4. Una persona tiene 12 monedas. Una de ellas es falsa y pesa más o menos que una original. ¿Cuántas veces se debe hacer comparaciones en una balanza para determinar la moneda falsa y si pesa más o menos?
5. Construye cuadrados externamente en cada uno de los lados de un cuadrilátero. Se forman dos segmentos, uniendo pares opuestos de centros de los cuadrados construidos. Muestra que estos segmentos son perpendiculares.
6. Se tiene una sucesión de números. Si un número es par, el que le sigue es su mitad. Si un número es impar, entonces el que le sigue es la suma de los dos anteriores. Si el primer número es 2010, ¿qué número está en el lugar 2011?
7. Un hombre empieza en el punto $\epsilon > 0$ y una mosca en el punto 0 del eje real. El hombre camina a 4 unidades por hora en la dirección positiva. La mosca vuela a 10 unidades por hora. Vuela continuamente entre el hombre y el punto 0. ¿Dónde estará la mosca en una hora?
8. Evalúa $\frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}}$, donde el dígito 2 aparece cien veces.

9. Gogo organizó un paseo en autobús a Alpuyecá. Inicialmente, más de 20 de sus amigos dijeron que irían. Gogo calculó el costo individual dividiendo el costo total C del autobús entre el número de asistentes y estuvo feliz de ver que era un número entero. Cuando avisó a sus amigos cuánto iba a costar, 4 de ellos decidieron no ir. Recalculó el costo (contando de nuevo el costo C del autobús) y comenzó a juntar el dinero. Todo iba bien, hasta que las últimas 2 personas por pagar dijeron que no iban a ir. El día del paseo, Gogo tuvo que pedir otros 3 pesos a cada quién. Se divirtieron mucho, incluyendo el conductor del autobús. ¿Cuánto le costó a cada asistente en total?
10. Sea P un polinomio de grado n tal que $P(i) = 2^i$ para $0 \leq i \leq n$. ¿Cuánto vale $P(n+1)$?
11. Las letras A, B, C, D, E y F representan dígitos distintos. Encuentra los valores de estas letras tales que $ABC \times DEF = 232323$. Aquí ABC y DEF representan números de tres dígitos.
12. Muestra que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt[n]{n!}} \log_a \left(\sum_{k=1}^{a^n} (1+k)^{a^{-n}} \right) = e$$

donde $a \geq 2$ es un entero.