

# Seminario de Resolución de Problemas

## Hints Lista 12

Leonardo Ignacio Martínez Sandoval  
José Antonio Gómez Ortega

### Sugerencias

1. Considera más en general una fórmula para  $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n F_n$ . Para encontrar una fórmula para esto, usa el método de funciones generatrices para dar una fórmula cerrada de  $f(x)$ .
2. Estudia los primeros casos y haz una prueba inductiva. Alternativamente, usa las definiciones de  $a_{n+2}$  y  $a_{n+1}$  y réstalas para encontrar una recursión.
3. Puedes cerrar la sucesión pues es una recursión lineal. Usa el método de las lambdas.
4. Reacomoda la suma para relacionarla con la suma de los cuadrados. Alternativamente, usa notación de suma y reacomoda para que tengas sumas que ya conoces.
5. Multiplica por  $(1 - x)$ .
6. Se puede llegar muy lejos con la torre. Tiene que ver con la serie armónica.
7. Es un problema de funciones generatrices. Considera el polinomio  $(1+x)(1+x^2)(1+x^3) \cdots (1+x^{2003})$ . Argumenta por qué lo que buscas la suma de aquellos coeficientes con exponente de  $x$  igual a un múltiplo de 5 y encuéntralo usando raíces quintas de la unidad.
8. Prueba con algunos valores de  $x$  y supón que los jugadores no saben qué elegirá el otro.
9. Usa la expresión para encontrar una relación de recurrencia entre las  $a_n$ .
10. No necesariamente tienes que resolver este problema con funciones generatrices. Tienes que encontrar todos los posibles lugares donde puede ir la ficha de  $1 \times 1$  y demostrar que son todos.
11. Es un problema de funciones generatrices. Considera  $(x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)^n$  y argumenta por qué lo que buscas es la suma de los coeficientes de las  $x$  con potencias múltiplos de 5. Encuéntralo usando raíces quintas de la unidad.
12. Para la primer parte, usa la expansión en serie de Taylor de  $e^x$ . Para la segunda parte, lo que te preguntan es equivalente a encontrar un  $\alpha$  para la cual la gráfica de  $\alpha^x$  sea tangente a la gráfica de  $x$ . Argumenta por qué y encuentra dicha  $\alpha$ .