

Seminario de Resolución de Problemas

Hints Lista 11

Leonardo Ignacio Martínez Sandoval
José Antonio Gómez Ortega

Sugerencias

1. Usa la regla de L'Hopital y el Teorema Fundamental del Cálculo.
2. Para la primer parte, usa la expresión de un coeficiente binomial en términos de factoriales. Para la segunda, usa la primer parte, te quedará que quieres probar una cierta identidad que puedes probar por inducción.
3. Haz la prueba por inducción. Para la segunda parte, recuerda la serie de Taylor de logaritmo.
4. Intenta construir un ejemplo para el cual se pueda dar un brinco que se salte el 80%. ¿Cuál es el problema cuando intentas hacerlo? Considera el primer momento en el cual por primera vez la proporción es mayor o igual a 80%.
5. Se puede expresar de manera muy concisa.
6. Necesitas algunas nociones básicas de probabilidad y de volados. Finalmente, se reduce todo a calcular una suma geométrica a infinito.
7. Recuerda que por definición $\sum_{-\infty}^{\infty} = \sum_{-\infty}^0 + \sum_1^{\infty}$. Usa la fórmula de DeMoivre o algún truco trigonométrico para poner a $\sin^3 \theta$ en términos de $\sin 3\theta$ (o viceversa). Uno de los sumandos es telescópico y para el otro necesitas recordar el límite $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
8. Intenta simplemente ir construyéndolos poco a poco.
9. Intenta encontrar una recursión para a_n . Luego, intenta mostrar si está acotada y es monótona.
10. Argumenta por qué la suma buscada es $(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2})^2$.
11. Hay una prueba probabilística de esto. A una gráfica etiquetada, cada arista ponle probabilidad $\frac{1}{2}$ de que esté o no. El evento “ser conexa” está contenido en el evento “la distancia entre cada par de vértices u y v es menor o igual a 2”. El complemento de este evento es fácil de calcular.
12. Investiga acerca del Teorema de Hall. El problema se resuelve tras una aplicación casi directa de este teorema.