

## PROBLEMA INTRODUCTORIO - CURSO TMD

Sea  $\mathcal{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  una familia intervalos de la recta real. Sea  $\mathcal{B} = \{B_1, B_2, \dots, B_m\}$  otra familia de intervalos en la recta real. Todos los intervalos son cerrados y acotados.

- Muestra que si cualesquiera dos intervalos de la familia  $\mathcal{A}$  se intersectan, entonces la intersección de todos es no vacía.
- Muestra que si cualquier intervalo de la familia  $\mathcal{A}$  intersecta a cualquiera de la familia  $\mathcal{B}$ , entonces o bien todos los de la familia  $\mathcal{A}$  se intersectan, o bien todos los de la familia  $\mathcal{B}$  se intersectan.
- (Extra) Ahora sólo sabemos que cada que elegimos 2017 de los  $n$  intervalos de  $\mathcal{A}$ , hay dos de esos 2017 que se intersectan. Muestra que existen 2016 puntos de la recta real de modo que para cualquier intervalo  $A$  en  $\mathcal{A}$ , hay al menos uno de estos puntos dentro de  $A$ .