

Temario para el Seminario de Resolución de Problemas

José Antonio Gómez Ortega
Leonardo Ignacio Martínez Sandoval

Hora. 13:00

Salón. O-123

Objetivos del curso. El Seminario de Resolución de Problemas tiene los siguientes objetivos:

- Presentar a los estudiantes una variedad de técnicas para resolver problemas matemáticos.
- Retomar con una mayor profundidad temas de cursos como álgebra, combinatoria, cálculo, geometría para ver cómo se entrelazan las ideas matemáticas entre ellos.
- Difundir la importancia de la resolución de problemas en las matemáticas.
- Preparar a los estudiantes para una buena participación en concursos matemáticos universitarios.

Prerequisitos. Es altamente recomendable, pero no indispensable, haber llevado las materias Cálculo I, Cálculo II, Álgebra Superior I, Álgebra Superior II. Se requiere un manejo adecuado de distintos conceptos matemáticos como funciones, conjuntos, números enteros. También es útil tener un poco de experiencia en resolver problemas matemáticos tipo concurso.

Evaluación. La materia se evaluará por listas de problemas y exposiciones.

- **90 % - Listas de problemas.** Habrá listas de 12 problemas semanales que deberán ser entregados por escrito. No se espera que los estudiantes resuelvan ó entreguen todos los problemas. La calificación máxima podrá ser obtenida resolviendo 6 de los 12 problemas de la lista. Estos problemas no son tan sencillos y requieren una buena dosis de trabajo e ingenio para ser resueltos. La calificación de cada problema será 0, $\frac{1}{2}$ ó 1.
- **20 % - Exposiciones.** Además de entregar las soluciones por escrito, de vez en cuando los estudiantes deberán pasar a contar sus soluciones frente a la clase. Se espera que expongan las soluciones de una manera clara y concisa.

Otros

- Uno de los problemas de cada lista semanal se seleccionará de una revista matemáticas internacional, por ejemplo, la revista *Crux Mathematicorum*. Este problema estará marcado con una estrella. Los estudiantes que resuelvan estos problemas pueden mandar sus soluciones para que sean consideradas para su publicación.
- El curso pide como requisito resolver sólo algunos de los ejercicios, pero resolver todos los ejercicios hace un curso mucho más completo y retador.

Temario

1. Héurísticas

- a) Encontrar un patrón
- b) Hacer un dibujo
- c) Formular un problema equivalente
- d) Modificar el problema
- e) Escoger notación efectiva
- f) Explotar la simetría
- g) Dividir en casos
- h) Trabajar hacia atrás
- i) Argumentar por contradicción
- j) Perseguir la paridad
- k) Considerar casos extremos
- l) Generalizar

2. Inducción y casillas

- a) Construir $P(k)$
- b) Preparar $P(k + 1)$
- c) Inducción fuerte
- d) Inducción y generalización
- e) Recursión
- f) Principio de las casillas

3. Aritmética

- a) Máximo común divisor
- b) Aritmética modular
- c) Factorización única
- d) Notación posicional
- e) Aritmética de los números complejos

4. Álgebra

- a) Identidades algebraicas
- b) Factorización única de los polinomios
- c) El teorema de la identidad
- d) Álgebra abstracta

5. Series

- a) Coeficientes binomiales
- b) Series geométricas

c) Series telescópicas

d) Series de potencias

6. Análisis Real Intermedio

- a) Funciones continuas
- b) El teorema del valor intermedio
- c) La derivada
- d) El teorema del valor extremo
- e) El teorema de Rolle
- f) El teorema del valor medio
- g) La regla de L'Hopital
- h) La integral
- i) El teorema fundamental

7. Desigualdades

- a) Propiedades básicas de las desigualdades
- b) La media aritmética y la media geométrica
- c) La desigualdad de Cauchy-Schwarz
- d) Consideraciones funcionales
- e) Desigualdades por series
- f) El principio del sandwich

8. Geometría

- a) Geometría plana clásica
- b) Geometría analítica
- c) Geometría vectorial
- d) Números complejos y geometría

Bibliografía

Libros de resolución de problemas con problemas

- Loren Larson, *Problem Solving through Problems*, Springer
- Arthur Engel, *Problem Solving Strategies*, Springer
- Razvan Gelca y Titu Andreescu, *Putnam and Beyond*, Springer

Libros de teoría de resolución de problemas

- Wayne Wickelgren, *How to solve mathematical problems*, Dover Publications
- G. Polya, *How to solve it*, Ishi Press