Seminario de Resolución de Problemas
Hints Lista 8

Leonardo Ignacio Martínez Sandoval
José Antonio Gómez Ortega

Sugerencias

1. Utiliza la fórmula para encontrar la cantidad de divisores de un número en términos de su factorización en primos. Argumenta por qué tienes que usar primos pequeños.

2. Considera los números 1, 11, 111, 1111, 11111, etc. Usa el principio de las casillas y trabaja módulo n.

3. Trabaja módulo 3 y considera las opciones que puede tener n^2. Para la segunda parte, haz algo parecido, pero módulo 9 considerando los cubos módulo 9.

4. Recuerda que la paridad depende únicamente del dígito de las unidades. El dígito de las decenas es par o impar. Procura que no sea muy grande, pues si no modificará la paridad.

5. Usa el criterio de divisibilidad del 4 y trabaja módulo 4. Para el tercer inciso, puedes usar una factorización o trabajar módulo 8.

6. Al substituir x por la raíz entera r y pasar el 4 sumando a la derecha, del lado izquierdo te queda una factorización de 4. Argumenta por qué estos factores tienen que ser 1, -1, 2 y -2.

7. Procede por contradicción y usa el principio de las casillas.

8. Trabaja módulo 7 y analiza los cubos para ver que no hay ninguna otra solución. Para el segundo inciso, basta que muestres que n es impar, lo cual te ayudará para trabajar módulo 3 para ver que n es múltiplo de 3. El tercer inciso es checar varios casitos trabajando módulo 4.

9. Escribe $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ como fracción simplificada. Para la segunda parte usa la primera.

10. Necesitas usar el Teorema de Fermat que dice que si p es primo y no divide a a, entonces p divide a $a^{p-1} - 1$. Luego, necesitas hacer algunas consideraciones de tamaño para mostrar que en realidad hay pocas soluciones p, q y r.

11. Haz casos pequeños para ver por dónde va la idea.

12. La respuesta es que se vale para cuando m y n son primos relativos. Construir la función para cuando esto sucede es sencillo. Usa el lema de Bezout para la otra parte.