

Seminario de Resolución de Problemas

Hints Lista 10

Leonardo Ignacio Martínez Sandoval
José Antonio Gómez Ortega

Sugerencias

1. Multiplica por $1 = 2 - 1$.
2. Propón una factorización de f como gh y muestra que alguno de gh tiene que ser constante evaluando en todos los valores a tales que $f(a)$ sea primo.
3. Hay que jugar con esas identidades para demostrar la conmutatividad. Intenta usar las identidades para varias combinaciones de x y y .
4. Considera el polinomio que tiene como raíces a a , b y c y juega con sus coeficientes para encontrar el valor de $a^4 + b^4 + c^4$.
5. Supón que ninguno se equivocó. De acuerdo con las hipótesis, el discriminante de la ecuación original tiene que ser positivo. Junta ambas observaciones para intentar llegar a una contradicción.
6. ¿Qué tiene que pasar para que esa función determine una operación de grupo?
7. El lado derecho tiene una factorización sencilla. Si n termina en 5, entonces es de la forma $10k + 5 = 5(2k + 1)$. Usa la factorización de $a^m + b^m$ para cuando m es impar.
8. Procede por inducción para ir construyendo cada vez más enteros.
9. Usa una tabla de grupos y procede por contradicción. Para el segundo inciso también funciona una idea similar.
10. Casi conoces el valor de f en n números, salvo por un signo. Muestra que no muchos pueden tener el mismo signo. Juega entre polinomios y factorización en enteros.
11. Manipula algebraicamente la expresión de manera ingeniosa.
12. Esta identidad se llama la identidad del triple producto de Jacobi. Puedes buscar cómo se prueba en internet. La idea es usar series de Laurent.